

## روش های شبکه عصبی برای حل مساله فروشندهگان دوره گرد

### چکیده

مساله فروشندهگان دوره گرد یک مسئله مورد توجه در زمان حال است. شبکه عصبی می تواند برای حل مسائل بهینه سازی ترکیبی مورد استفاده قرار گیرد. در سال های اخیر روش های شبکه عصبی زیادی برای حل TSP وجود داشته اند که گامی بزرگ به سمت حل مسائل بهینه سازی ترکیبی برداشته است. این مقاله به بررسی روش های شبکه های عصبی برای حل TSP در سال های اخیر می پردازد که شامل شبکه عصبی Hopfield، شبکه عصبی گراف و شبکه عصبی یادگیری تقویتی است. استفاده از شبکه عصبی برای حل TSP می تواند به طور موثری صحت راه حل تقریبی را بهبود بخشد و در نهایت دورنمایی از حل TSP در آینده را ارائه کردیم.

### لغات کلیدی:

مساله فروشندهگان دوره گرد، شبکه عصبی، شبکه عصبی Hopfield، شبکه عصبی گراف، تقویت یادگیری

### ۱-مقدمه

مشکل فروشندهگان دوره گرد TSP یک مساله سخت NP معروف در بهینه سازی ترکیبی است [1] و هیچ الگوریتمی وجود ندارد که بتواند در زمان چند جمله ای یک راه حل بهینه را پیدا کند. توصیف خاص مساله به این صورت است که مسافر می خواهد به  $n$  شهر سفر کنند و باید به هر شهر فقط یک بار سفر کرده و به شهر که از آن شروع کرده است بازگردد و فاصله را از کوتاه ترین مسیر بپیماید.

مدل ریاضی TSP در معادلات ۱-۵ نشان داده شده است.

برای گراف های وزنی Hopfield،  $G=(V, E)$  تابع هدف به صورت زیر است:

$$\min \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n d_{ij} x_{ij} \quad (1)$$

$$\sum_{j=1}^n x_{ij} = 1, i \in V \quad (2)$$

$$\sum_{i=1}^n x_{ij} = 1, j \in V \quad (3)$$

$$\sum_{i \in S} \sum_{j \in S} x_{ij} \leq |S| - 1, \forall S \subset V, 2 \leq |S| \leq n - 1, x_{ij} = \{0,1\}, i, j \in E \quad (4)$$

در اینجا معادلات دو و سه تضمین می کند که فقط آرک به عنوان نقطه شروع و پایان در این حلقه ظاهر می شود و معادله ۴ ضمانت می کند که هیچ راه حل زیر حلقه دیگری ظاهر نخواهد شد.

الگوریتم ها برای TSP شامل الگوریتم دقیق و الگوریتم تقریبی می شود. [2] الگوریتم دقیق شامل روش شاخه [3] و روش برنامه ریزی دینامیک [4] می شود. الگوریتم های تقریبی شامل الگوریتم ژنتیک [5] ، الگوریتم کلونی مورچه [6]، الگوریتم شبیه سازی شده [7]، الگوریتم بهینه سازی ازدحام ذرات [8] و الگوریتم هیبرید [9-11] آن ها است . با افزایش مقیاس راه حل ، زمان مورد نیاز برای یافتن راه حل بهینه ، رشدی انفجاری دارد ، به آن معنا که ، پیچیدگی الگوریتم خیلی زیاد است . علاوه بر این، برخی از الگوریتم های تقریبی مانند الگوریتم کلونی مورچه ، دارای هم گرایی آن آسان است تا به یک راه حل بهینه موضعی تبدیل شود [12] ، که می تواند منجر به عملکرد بهینه بهینه سازی شود .

در حال حاضر هیچ کس به یک الگوریتم عالی برای حل مساله TSP دست نیافته است. با این حال تنها می توان چند راه حل تقریبی به وجود آورد که تا جای ممکن به راه حل عالی در زمان منطقی نزدیک باشد. در سالهای اخیر با ادامه ی توسعه یادگیری عمیق با شبکه عصبی و الگوریتم های تقریبی زیادی با استفاده از شبکه عصبی برای حل TSP ظاهر شدند. در مقایسه با الگوریتم های سنتی نرخ خطای راه حل تا حد چشمگیری بهبود یافته است [13]. هدف اصلی این مقاله نام بردن روش های شبکه عصبی برای حل TSP و اشاره به جهت تحقیقات آینده است.

## ۲- روش های شبکه عصبی برای حل TSP

شبکه عصبی الگوریتمی از یادگیری ماشینی است. این روش می تواند TSP را با استفاده از یادگیری ماشینی حل کند که شبکه های عصبی را با ساختارهای مختلف ارتقا داده و محل دقیق تر TSP را آموزش می دهد و الگوریتم حل TSP را با دنبال کردن انواع شبکه های عصبی معرفی خواهیم کرد.

## ۲,۱ شبکه عصبی Hopfield

در سال ۱۹۸۵ یک شبکه کاملاً متصل را طراحی کرد که بعداً به عنوان شبکه عصبی Hopfield شناخته شد. [14] او TSP ۱۰ شهر و ۳۰ شهر را شبیه سازی کرد. علاوه بر آن اولین الگوریتمی بود که از شبکه عصبی برای حل مساله بهینه سازی TSP استفاده کرد. همانطور که در شکل ۱ نشان داده شده، ایده الگوریتم تبدیل تابع هدف به تابع انرژی در شبکه عصبی و به حداقل رساندن تابع انرژی در فرایند اجرای شبکه عصبی برای به دست آوردن راه حل بهینه است. Hopfield تابع انرژی و معادلات حرکت مساله های TSP را در معادله ۵-۶ تعریف می کند.

$$E = \frac{A}{2} \sum_{x=1}^N \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N X_{xi} X_{xj} + \frac{B}{2} \sum_{i=1}^N \sum_{x=1}^N \sum_{y=x}^N X_{xj} X_{yi} + \quad (5)$$

$$\frac{C}{2} (\sum_{x=1}^N \sum_{i=1}^N X_{xi} - N)^2 + \frac{D}{2} \sum_{x=1}^N \sum_{y=1}^N \sum_{i=1}^N d_{xy} X_{xi} (X_{y,i+1} + X_{y,i-1})$$

$$(6) \quad \frac{dU_{xi}}{dt} = -\frac{\partial E}{\partial X_{xi}} = -A \left( \sum_{i=1}^N X_{xi} - 1 \right) - B \left( \sum_{i=1}^N X_{yi} - 1 \right) - D \sum_{i=1}^N d_{xy} X_{y,i+1}$$

در اینجا A, B, C همگی مثبت هستند، که برابر با ۳ عبارت خطا، علاوه بر تابع هدف است. در اینجا یک شبکه عصبی Hopfield دو لایه در شکل ۱ وجود دارد. لایه صفر ورودی شبکه و لایه اول گره عصب است. ورودی عصب شامل ورودی خارجی و بازخورد خروجی عصبی در معادله ۷ نشان داده شده است.

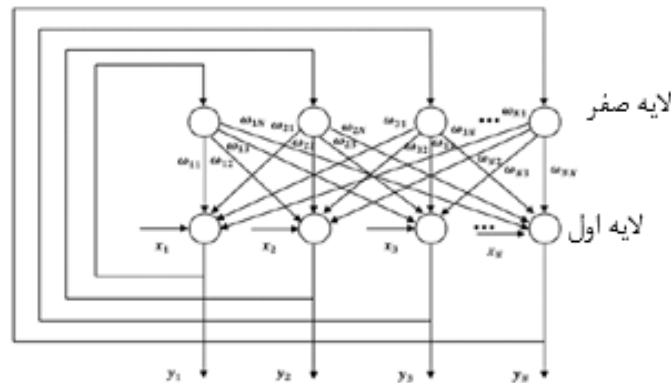
$$z_j = \sum_i^N w_{ij} y_i + x_j \quad (7)$$

در اینجا  $w_{ij}$  وزن و  $y_i = \{y_1, y_2, \dots, y_n\}$  خروجی عصبی و  $x_i = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}$  ورودی خارجی است. تفاوت میان شبکه Hopfield و دیگر شبکه های عصبی این است که وزن های شبکه در طول تکرار یادگیری مشخص نمی شوند اما به طور مستقیم به دست می آیند و سپس حالت شبکه طبق معادله به روز می شود و در نهایت راه حل بهینه به دست می آید. Hopfield متوجه شد که این شبکه عصبی برای مسئله های کمتر از ۳۰ شهر به خوبی جواب می دهد اما هنگامی که TSP بزرگ تر از همیشه باشد به خوبی نتیجه نمی دهد.

با اینکه شبکه Hopfield تقریباً TSP را به خوبی حل می کند اما همچنین دارای چندین کاستی است که توسط محققان بسیار بهینه سازی شده است. [15] Luo قسمت سوم معادله انرژی را از نظر همگرایی ضعیف بهبود بخشید و علاوه بر آن [16] Qiao و همکارانش نیز برای حل TSP با اضافه کردن یک بخش تصحیح کننده به تابع انرژی

و ایجاد یک فرکانس آشفته سینوسی پر سر و صدا در شبکه عصبی عملکرد آن را بهبود بخشیدند، که نتایج رضایت بخشی را به همراه داشت.

Li [17] و همکارانش وزن اتصال را طبق کاستی آن بهبود بخشیدند که به راحتی می تواند به مقدار حداقل افت کند. آنها وزن اتصالات را بر مبنای عملکرد تابع هدف تغییر دادند، Garcia [18] از روش تقسیم و حل برای بهبود عملکرد شبکه Hopfield در TSP استفاده کرد.



شکل ۱: شبکه Hopfield دولایه

## ۲.۲ شبکه عصبی گراف

گراف دارای یک ساختار پیچیده است و نمی توان به راحتی شبکه عصبی را با داده های گراف تلفیق کرد. در سال های اخیر تعداد زیادی از مطالعات به بررسی شبکه عصبی گراف اختصاص داده شده است. ایده اصلی شبکه عصبی گراف انبوه سازی اطلاعات هر گره و گره های اطراف آن است و شبکه عصبی گراف به خوبی توانایی حل TSP را دارد. [19]

Parates [20] یک شبکه عصبی گراف را ایجاد کرد و مدل را به یک الگوریتم انتقال داده موثر تبدیل کرد. Joshi [21] نیز یک روش عمیق یادگیری غیر هم بسته را پیشنهاد کرد. گراف CONVNET نیز که توسط BEARSON [22] معرفی شد برای تقریب راه حل TSP استفاده می شود. ویژگی خاص این روش این است که خروجی احتمال هر لحظه در حال تبدیل شدن به یک راه حل بهینه است و راه حل بهینه با عبور کل TSP توسط جستجو به دست می آید. Hu [23] و همکارانش یک شبکه عصبی گراف متفاوت با دیگر گراف ها را ایجاد کردند

که در قسمت رمزگشایی لایه عبوری دو طرفه برای پیش بینی احتمال بازدید شهر بعدی استفاده شد و راه حل بهینه با تلفیق بهترین جستجوی اولیه پیدا شد.

### ۲,۳ شبکه عصبی با یادگیری تقویتی

یادگیری تقویتی اکثراً برای حل مسئله های تصمیم گیری پشت سر هم استفاده می شود. [24] در مقایسه با دیگر روش های یادگیری نه تنها یادگیری تقویتی ناظری ندارد بلکه فقط سیگنال های پاداش دارد. این روش اطلاعات یادگیری و به روز رسانی پارامترهای مدل را با استفاده از دریافت پاداش از محیط برای اعمال به دست می آورد. در سال های اخیر یادگیری تقویتی به سرعت گسترش یافته و برای حل TSP نیز بسیار رایج است. شبکه عصبی قابل توجه شبکه عصبی اشاره گر است که در سال ۲۰۱۵ توسط VINALYS [25] پیشنهاد شد. که مکانیسم توجه را معرفی کرده و آن را به عنوان یک اشاره گر مورد توجه قرار داد و سپس یک عضو از ورودی های پشت سرهم را به عنوان خروجی انتخاب کرد. اثبات شده است که این روش می تواند TSP را حل کند.

[26] Ma و همکارانش از گراف شبکه اشاره گر پیشنهاد شده توسط وایانز استفاده کرده و گراف سلسله مراتبی شبکه اشاره گر را با یادگیری تقویتی آموزش دادن به دنبال راه حل بهینه از طریق استراتژی سلسله مراتبی و مکانیسم پاداش نیز گشتند. bello [27] نیز یک گراف شبکه اشاره گر را با طول منفی مسافرت به عنوان سیگنال پاداش آموزش داد و از روش استراتژی گرادیان برای بهینه کردن پارامترهای تکراری در شبکه عصبی حاضر استفاده کرد. [28] deudon و همکارانش Bello, Istm را با یک منتقد جایگزین کردند و آن را با یک روش اکتشافی بهینه تلفیق کردند و سپس هنگامی که TSP اعمال شد نتایج رضایت بخش تری را به دست آوردند.

علاوه بر استفاده از گراف شبکه های اشاره گر برای تلفیق یادگیری تقویتی برخی شبکه ها و از سیستم های دیگر نیز پیشنهاد شدند. برای گراف ها با محتوای گره پیچیده [29] dei و همکارانش از یک سیستم معماری ساختار ۲-vec برای قرار دادن راس های گراف درون اطلاعات استفاده کردند و از روش آموزش Q برای قرار دادن هر راس جدید در موقعیت بهینه در یک قسمت جزئی استفاده نمودند. در نتیجه به تدریج ساخت TSP انجام شد. bresson [30] از یک چارچوب انتقال برای رمز گذاری استفاده نمود که با استفاده از یادگیری تقویتی آموزش داده شد. حل کننده انتقالی از دیگر حل کننده های TSP پیشنهاد شده بهتر عمل کرد.

## نتایج

تا اینجا ما روش‌های شبکه عصبی را برای حل TSP که شامل شبکه عصبی Hopfield شبکه عصبی گراف و شبکه عصبی یادگیری تقویتی می‌شود، بررسی نمودیم و سپس پیشنهادهایی را برای آینده ارائه کردیم. TSP در مقیاس بزرگ هنوز تمرکز اصلی تحقیقات حاضر است. منابع محاسباتی همیشه با افزایش مقیاس به سرعت رشد می‌کند بنابراین بهبود بخشیدن به دقت راه حل TSP در مقیاس بزرگ تر و عمیق تر کردن شبکه می‌تواند یک راستا در تحقیق آینده باشد.

پیچیدگی داده‌های گراف یک چالش بزرگ برای تحقیقات آینده است. جالب است که چگونه باید چارچوب یادگیری عمیق را بشکنیم و آن را با یادگیری تقویتی و دیگر روشهای حل TSP تلفیق کنیم. برخلاف آنکه گراف عصبی، شبکه‌ها بسیار قوی هستند. اما آنها می‌توانند دیگر مسائل بهینه‌سازی را نیز حل کنند که توانایی گسترش این شبکه‌های عصبی نامیده می‌شود و مورد مطالعه باقی خواهد ماند.

## تقدیر و تشکر

دوست دارم قدردانی خود را از تمام کسانی که در حین نوشتن این پایان‌نامه به من کمک کردند ابراز کنم. تشکرات من به خانواده عزیزم و ملاحظات آنها و اعتماد آنها به من در طول این سال‌ها تعلق دارد. من همچنین به معلمان و هم‌همکلاسی‌هایم که کمک و وقت خود را در گوش دادن به من و کمک به من در حل مسائل خود در طی دوره دشوار پایان‌نامه مدیون هستم. این اثر توسط بنیاد ملی علوم طبیعی چین حمایت شد. [No. 11671379, No. 11991021, No. 91546201, No. 71331005, No. 71932008], UCAS, China Grant [No. Y55202LY00].

## References

- [1] François A, Cappart Q, Rousseau L M. How to Evaluate Machine Learning Approaches for Combinatorial Optimization: Application to the Travelling Salesman Problem. arXiv preprint arXiv:1909.13121v1, 2019.
- [2] Laporte G. The traveling salesman problem: An overview of exact and approximate algorithms. European Journal of Operational Research, 1992, 59(2):231-247.
- [3] Balas E, Toth E. Branch and bound methods for the traveling salesman problem, John Wiley & Sons, Chichester; 1985, p. 361-401.
- [4] Chauhan C, Gupta R, Pathak K. Survey of Methods of Solving TSP along with its Implementation using Dynamic Programming Approach. International Journal of Computer Applications, 2012, 52(4):12-19.

- [5] Xie S L, Yan-Gu Z, Guang L I. Solving TSP Problem by Genetic Algorithm. Journal of Wenzhou Teachers College, 2002.
- [6] Liang M Y . An ant colony optimization method for generalized TSP problem. Progress in Natural Science, 2008.
- [7] Wang Z, Geng X, Shao Z. An Effective Simulated Annealing Algorithm for Solving the Traveling Salesman Problem. Journal of Computational and Theoretical Nanoscience, 2009, 6(7):1680-1686.
- [8] Wang K P, Huang L, Zhou C G, et al. Particle swarm optimization for traveling salesman problem; 2003.
- [9] Guillermo, Cabrera G, et al. A Hybrid Particle Swarm Optimization - Simulated Annealing Algorithm for the Probabilistic Travelling Salesman Problem. Studies in Informatics and Control, 2012, 21(1):49-58.
- [10] Petr Stodola, Karel Michenka, Jan Nohel, Marian Rybanský. Hybrid Algorithm Based on Ant Colony Optimization and Simulated Annealing Applied to the Dynamic Traveling Salesman Problem. Entropy, 2020, 22(8).
- [11] Dong L. , et al. Research on improved particle-swarm-optimization algorithm based on ant-colony-optimization algorithm. 29th Chinese Control And Decision Conference (CCDC) IEEE, 2017.
- [12] Song X, Bing L, Yang H. Improved Ant Colony Algorithm and its Applications in TSP. IEEE Computer Society, 2006.
- [13] Pihera J, and N. Musliu. Application of Machine Learning to Algorithm Selection for TSP. IEEE International Conference on Tools with Artificial Intelligence IEEE, 2014.
- [14] Hopfield J J, Tank D W. "Neural" computation of decisions in optimization problems. Biological Cybernetics, 1985, 52(3):141-152.
- [15] Luo Y.F. Design and Improvement of Hopfield network for TSP. Proceedings of the 2019 International Conference on Artificial Intelligence and Computer Science, 2019, p. 98-102.
- [16] Qiao J , Hu Z , Li W . Hysteretic noisy frequency conversion sinusoidal chaotic neural network for traveling salesman problem. Neural Computing & Applications, 2018, p.1-15.
- [17] Rong, L, J. Qiao, W. Li . A modified hopfield neural network for solving TSP problem. 2016 12th World Congress on Intelligent Control and Automation (WCICA) IEEE, 2016.
- [18] García L, Talaván P.M, Yáñez J. Improving the Hopfield model performance when applied to the traveling salesman problem, Soft Comput. 2016, p. 1–15.
- [19] Joshi C K, Ca Pp Art Q, Rousseau L M, et al. Learning TSP Requires Rethinking Generalization. arXiv preprint arXiv:2006.07054v1, 2020.
- [20] Prates M O, Avelar P H, Lemos H, Lamb L, Vardi M. Learning to solve np-complete problems-a graph neural network for the decision tsp," arXiv preprint arXiv:1809.02721, 2018.
- [21] Joshi C K, Laurent T, Bresson X. An Efficient Graph Convolutional Network Technique for the Travelling Salesman Problem. arXiv preprint arXiv:1906.01227v2, 2019.
- [22] Bresson X, Laurent T. Residual gated graph convnets. arXiv preprint arXiv:1711.07553, 2017.
- [23] Yujiao, Hu et al. A bidirectional graph neural network for traveling salesman problems on arbitrary symmetric graphs. ScienceDirect. Engineering Applications of Artificial Intelligence 97, 2021.
- [24] Otterlo M V, Wiering M. Reinforcement Learning and Markov Decision Processes. Springer Berlin Heidelberg, 2012.
- [25] Vinyals O, Fortunato M, Jaitly N. Pointer Networks. Computer Science, 2015, 28.
- [26] Ma Q , Ge S , He D , et al. Combinatorial Optimization by Graph Pointer Networks and Hierarchical Reinforcement Learning. arXiv preprint arXiv:1911.04936v1, 2019
- [27] Bello I, Pham H, Le Q V, et al. Neural Combinatorial Optimization with Reinforcement Learning. arXiv preprint arXiv:1611.09940v32016, 2015
- [28] Deudon M, Cournut P, Lacoste A, et al. Learning Heuristics for the TSP by Policy Gradient. International conference on integration of constraint programming, artificial intelligence, and operations research. Springer, 2018.
- [29] Hanjun Dai, Elias B. Khalil, Yuyu Zhang, Bistra Dilkina, Le Song. Learning Combinatorial Optimization Algorithms over Graphs. In Proceedings of the 31st Conference on Neural Information Processing Systems (NeurIPS). 2017, p. 6348–6358
- [30] Bresson X , Laurent T . The Transformer Network for the Traveling Salesman Problem. arXiv preprint arXiv:2103.03012v1, 2021