



تعداد صفحات
۷



آخرین بروزرسانی
۱۸ مهر ۱۴۰۵

جزوه جمع بندی نهایی

ریاضی و آمار مقدماتی

✔ نکات طلایی و مهم

✔ ویژه مرور شب امتحان

✔ مناسب آزمون های استخدامی



چنانچه در محاسبات دو عدد متوالی زوج یا دو عدد متوالی فرد در نظر گرفته شده باشند، برای راحتی در محاسبات، فارغ از زوج یا فرد بودنشان، عدد کوچکتر را x و عدد بزرگتر را $x+2$ در نظر میگیریم. با توجه به این مورد نکات زیر همواره صحیح هستند: (علامت $^$ برای عملگر «به توان» به کار میرود)

1- جمع این دو عدد همواره برابر با $(2x+2)$ میشود که عددی زوج است

2- اختلاف این دو عدد همواره برابر (2) است

3- ضرب این دو عدد در یکدیگر برابر است با $(x^2 + 2x)$ ، که برابر با جمع دو برابر عدد کوچک با توان دوم عدد کوچک است

4- اختلاف میان جمع و ضرب این دو عدد برابر با $(x^2 - 2)$ میباشد که برابر با کسر عدد 2 از توان دوم عدد کوچک است

5- اختلاف میان تفریق و ضرب این دو عدد برابر با $(x^2 - 2x - 2)$ میباشد که یک چندجمله ای درجه دوم است.

6- اختلاف میان جمع و تفریق این دو عدد برابر با $(2x)$ ، یعنی دو برابر عدد است.

برای مثال:

مجموع دو عدد طبیعی فرد متوالی، 119 واحد از حاصل ضرب آنها کمتر است. مجموع ارقام این دو عدد، کدام است؟

توضیح:

با توجه به صورت سوال، با دو عدد فرد متوالی مواجه هستیم که اختلاف جمع و ضرب آن دو به ما داده شده است. با

استفاده از نکته 4 میتوان نوشت:

$$x^2 - 2 = 119$$

$$x^2 = 121$$

$$x = +11$$

هر چند رادیکال 121 برابر با 11 نیز میشود اما با توجه به طبیعی بودن x ، مقدار 11 قابل قبول نیست.

پس اعداد داده شده برابر با 11 و 13 است و مجموع ارقام آنها برابر 6 خواهد بود.



در مسائل خطوط دو بعدی، دو خط هنگامی بر هم عمود هستند که حاصل ضرب شیب آن دو خط، برابر با -1 باشد:

$$m_1 \cdot m_2 = -1$$

همچنین برای پیدا کردن نقطه تلاقی آنها، کافی است معادله هر دو خط را به صورت $y = mx + c$ تبدیل کرده و سپس قرار

دهیم:

$$y_1 = y_2$$

$$(m_1 \cdot x_1) + c_1 = (m_2 \cdot x_2) + c_2$$

البته پیدا کردن نقطه تلاقی با این روش، منحصر به خطوط عمود بر هم نمیباشد و برای تمامی خطوطی که یکدیگر را قطع میکنند، صدق میکند

برای مثال:

خط $y=b$ از محل تقاطع دو خط عمود $x+3y=6$ و $ax+2y=-12$ میگذرد. مقدار b کدام است؟

توضیح:

برای پیدا کردن نقطه تلاقی به معادله کامل دو خط نیاز داریم پس ابتدا با استفاده از شرط عمود بودن دو خط، مقدار a را میابیم:

$$m_1 = -2/3$$

$$m_2 = -a/2$$

$$m_1 * m_2 = a/3 = -1$$

$$a = -3$$

با تبدیل معادلات به فرم استاندارد و برابر قرار دادن آنها داریم:

$$(-2/3)x + 2 = (3/2)x - 6$$

$$x = 48/13$$

$$y = -6/13$$

پس معادله خط $y=b$ به صورت $y=-6/13$ بوده و $b=-6/13$ خواهد بود



در مسائل احتمال که انتخاب ها از دو گروه مکمل انجام می شوند، می توان شرط مربوط به یک گروه را بر حسب گروه مقابل بیان کرد. چون مجموع تعداد انتخاب ها ثابت است، هرچه تعداد اعضای یک گروه بیشتر باشد، تعداد اعضای گروه دیگر به همان میزان کمتر خواهد بود. اگر در مجموع (n) مورد انتخاب شود، عبارت حداقل k مورد از گروه اول معادل است با حداکثر n-k مورد از گروه دوم.

این معادل سازی در مسائلی مانند زن و مرد، مهره سفید و سیاه، کالای سالم و معیوب، پاسخ درست و غلط و ... کاربرد دارد.

برای مثال:

در یک جعبه ۸ سیب سالم و ۴ سیب فاسد قرار دارد. اگر به تصادف ۳ سیب از جعبه خارج کنیم. با کدام احتمال حداقل دو سیب خارج شده سالم است؟

توضیح :

چون از ۳ سیب انتخاب شده حداقل ۲ سیب باید سالم باشد، معادل آن این است که حداکثر ۱ سیب فاسد باشد. پس دو حالت مطلوب داریم:

حالت اول: بدون سیب فاسد (۳ سالم)

$$C(4, 0) * C(8, 3) = 1 * 56 = 56$$

حالت دوم: یک سیب فاسد (۲ سالم)

$$C(4, 1) * C(8, 2) = 4 * 28 = 112$$

بنابراین تعداد حالات مطلوب برابر با $112 + 56 = 168$ می باشد

تعداد کل روش های انتخاب ۳ سیب از ۱۲ سیب برابر با $C(12, 3)$ می باشد که برابر با ۲۲۰ روش است

در نتیجه: احتمال خواسته شده برابر است با

$$P = 168/220 = 42/55$$

پس احتمال اینکه حداقل دو سیب سالم باشد، $55/42$ است.



در جابه جایی نمودار $y=f(x)$ ، برای انتقال افقی به اندازه a واحد، تغییر داخل تابع و با علامت مخالف جهت حرکت انجام میشود؛ اما برای انتقال عمودی، تغییر خارج تابع و هم جهت با حرکت است:

راست $y=f(x-a)$: چپ $y=f(x+a)$:

بالا $y=f(x)+a$: پایین $y=f(x)-a$:

برای مثال:

منحنی تابع $y=x^2+a$ ، دو واحد به سمت راست محور x ها منتقل شده و خط $y=x-1$ را در نقاطی با طول صحیح و منفی قطع میکند. بیشترین مقدار a چقدر است؟

توضیح :

با توجه به اینکه تابع در راستای افقی حرکت کرده است و این حرکت در جهت راست بوده، تابع جدید منحنی به صورت زیر خواهد بود:

$$y' = (x-2)^2 + a$$

برای پیدا کردن نقطه تلاقی، دو تابع را مساوی هم قرار میدهیم و داریم:

$$(x-2)^2 + a = x-1$$

$$a = x - 1 - (x-2)^2 = -x^2 + 5x - 5$$

با توجه به اینکه محل تلاقی باید صحیح و منفی باشد، مقدار x باید برابر با اعداد -1 ، -2 ، ... باشد. چون میخواهیم a بیشترین مقدار را داشته باشد، نزدیکترین عدد صحیح منفی به صفر یعنی $x=-1$ را بررسی میکنیم:

$$a = -(-1)^2 + 5(-1) - 5$$

$$a = -1 - 5 - 5 = -11$$



اگر نسبت سه مقدار به صورت دو نسبت جداگانه داده شده باشد، برای تبدیل آنها به یک نسبت سه تایی، مقدار مشترک در دو نسبت را یکسان می کنیم. برای این کار می توان از ک.م.م ضرایب مقدار مشترک استفاده کرد.

بیان ریاضی چنین است که اگر نسبت A به B برابر x به y باشد و نسبت B به C برابر z به p باشد، مورد مشترک ما B است و ضرایب آن در دو نسبت برابر y و z هستند. پس ک.م.م این دو مقدار را میابیم و با ضرب دو ضریب دیگر در ضریب تبدیل نسبت، یک نسبت سه تایی به صورت زیر به دست میاوریم

$$A : B : C = l : m : n$$

که در آن l و m و n ضرایب نسبت پس از تبدیل هستند.

برای مثال:

حاصل ضرب سه عدد، برابر 9720 است. نسبت کوچک ترین عدد به عدد میانی، 2 به 3 و نسبت عدد میانی به عدد بزرگ، 2 به 5 است. میانگین این سه عدد، کدام است؟

توضیح:

سه عدد را با A و B و C نشان میدهیم. نسبت $A:B$ برابر 2 به 3 است و نسبت $B:C$ برابر 2 به 5 است. مورد مشترک در این دو نسبت B است پس ک.م.م ضرایب آن، یعنی 2 و 3 را میابیم که برابر با 6 است. با ضرب نسبت ها در ضریب تبدیل، نسبت سه تایی به صورت زیر خواهد بود:

$$A : B : C = 4 : 6 : 15$$

سه عدد را به صورت مضربی از مجهول x در نظر میگیریم و داریم:

$$A*B*C = 4x * 6x * 15x = 360(x^3)$$

$$360(x^3) = 9720$$

$$x^3 = 27$$

$$x = 3$$

پس این سه عدد به ترتیب برابرند با 12 ، 18 ، 45 که برای محاسبه میانگین آنها داریم:

$$Avg = (12 + 18 + 45)/3 = 75/3 = 25$$



در معادلات درجه دوم که به صورت $ax^2 + bx + c$ هستند، اگر ضریب a مثبت باشد ($a > 0$)، مقدار تابع بین دو ریشه، منفی و اگر ضریب a منفی باشد ($a < 0$)، مقدار تابع بین دو ریشه، مثبت است. بنابراین برای بررسی اینکه عدد مشخصی بین دو ریشه قرار دارد یا نه، کافی است آن عدد را در تابع جایگذاری کرده و از شرط زیر استفاده کنیم:

$$a \cdot f(t) < 0$$

که در آن a ضریب x^2 و t عدد مورد نظر است.

برای مثال:

اگر $x=2$ بین دو ریشه معادله $x^2 + mx - 3 - m = 0$ واقع باشد، کدام مقدار در مجموعه مقادیر m قرار ندارد؟

توضیح:

با توجه به اینکه در معادله درجه ۲ داده شده ضریب x^2 مثبت است، برای اینکه نقطه $t=2$ بین دو ریشه قرار بگیرد، باید مقدار تابع در این نقطه منفی باشد، یعنی $f(t) < 0$ باشد. با جایگذاری t در معادله داریم:

$$3(2)^2 + 2m - 3 - m < 0$$

$$3 \cdot 4 + m - 3 < 0$$

$$9 + m < 0$$

$$m < -9$$

بنابراین مجموعه مقادیر مجاز m عبارت است از: $(-9, -\infty)$. یعنی تمام اعداد کوچک تر از -9 در مجموعه قرار دارند و اعداد بزرگ تر یا مساوی -9 در آن قرار ندارند



لینک های مفید آزمون های استخدامی

خرید سوالات ریاضی	سوالات رایگان دروس عمومی با پاسخنامه
خرید درسنامه ریاضی	خرید درسنامه دروس عمومی
خرید سوالات استخدامی ۲۰ سال اخیر	شبکه های اجتماعی ایران عرضه (فایل های رایگان + تخفیفات هفتگی + اخبار)
(برای مشاهده هر بخش روی آن بزنید )	